

3. kombinatorikus algoritmusok II. gyakorlat, 2010. február 24.

1. Adott egy G (irányított, vagy irányítatlan) gráf és egy k szám. Nézzük a következő relációt a pontokon: $x \xrightarrow{G,k} y$, ha x -ből megy y -ba k éldiszjunkt út. Bizonyítsd be, hogy ez a reláció tranzitív!
2. $D = (V, A)$ irányított gráf, $s, t \in V$. Legyen $\alpha(D)$ azon élek halmaza, amik rajta vannak egy legrövidebb $s - t$ úton. Mutasd meg, hogy $\alpha(D)$ lineáris időben megtalálható, és hogy $(V, \alpha(D))$ aciklikus!
3. Adott egy mátrix, i -edik sorának j -edik eleme a_{ij} , az i -edik sor összege α_i , a j -edik oszlop összege β_j . Adj algoritmust, ami kerekíti ezeket a számokat (alsó vagy felső egészrészükre) úgy, hogy konzisztens maradjon.
4. Döntsd el, hogy egy adott $G = (V, E)$ irányítatlan gráfban teljesül-e, hogy minden $X \subseteq V$, $|X| \geq 2$ halmazra $i(X) \leq 2|X| - 3$, ahol $i(X)$ az X által feszített élek száma.
5. Adott egy $D = (V, A)$ irányított gráf, két csúcsa $s, t \in V$ és egy $l : V \setminus \{s, t\} \mapsto \mathbb{Z}$ függvény a csúcsokon. Adj szükséges és elégséges feltételt arra, hogy létezzen K darab éldiszjunkt út s -ből t -be úgy, hogy minden $v \in V \setminus \{s, t\}$ csúcson át legfeljebb $l(v)$ darab út megy.
6. **Beadandó feladat:** Adott egy D síkbarajzolt hálózat, amire s és t a végtelen lapon vannak (s baloldalt, t jobboldalt). Dolgozd ki a következő folyamalgoritmust, és mutasd meg a helyességét: a D_x segédgráfba mindig csak az előre éleket tesszük be, és javító útnak a D_x -beli legfelső irányított $s - t$ utat vesszük.