10. kombinatorikus algoritmusok II. gyakorlat, 2010. április 23.

1. Bizonyítsd be, hogy minden extrém halmaz része egy gátnak!
2. Bizonyítsd be a Tutte tételből, hogy ha egy összefüggő G gráfban bármely pontot kihagyva nem csökken a maximális párosítás mérete, akkor G faktorkritikus (ez Gallai lemmája)!
3. Tegyük fel, hogy G k-pontösszefüggő gráf, és $\nu(G) \leq n/2-1$. Bizonyítsd be, hogy ekkor
   (a) $\nu(G) \geq k$
   (b) $\tau(G) \leq 2\nu(G) - k$
   (itt $\nu(G)$ a max. párosítás mérete, $\tau(G)$ a min. lefogó ponthalmaz mérete)!
4. Bizonyítsd be, hogy ha $u \in A(G)$, akkor $D(G) \subseteq D(G-u)$ (ahol $A(G)$ és $D(G)$ az Edmonds-Gallai felbontás által definiált halmazok)!
5. Adott egy G irányítatlan gráf, és egy c nemnegatív súlyfüggvény az éleken. Keress egy s és egy t pont között minimális súlyú páros hosszú utat!
6. Legyen J' a G gráfban egy T'-kötés. Mutasd meg, hogy J pontosan akkor T-kötés, ha $J \Delta J'$ $(T \Delta T')$-kötés!
7. **Beadandó**: G összefüggő, minden blokkja háromszög, és minden fokszám 2 vagy 4. Bizonyítsd be, hogy
   (a) G faktorkritikus,
   (b) ha X 2 fokú csúcsok egy halmaza, és $|X|$ páratlan, akkor $G-X$-ben $\exists!$ teljes párosítás!